

インタラクティブシステム論 第5回

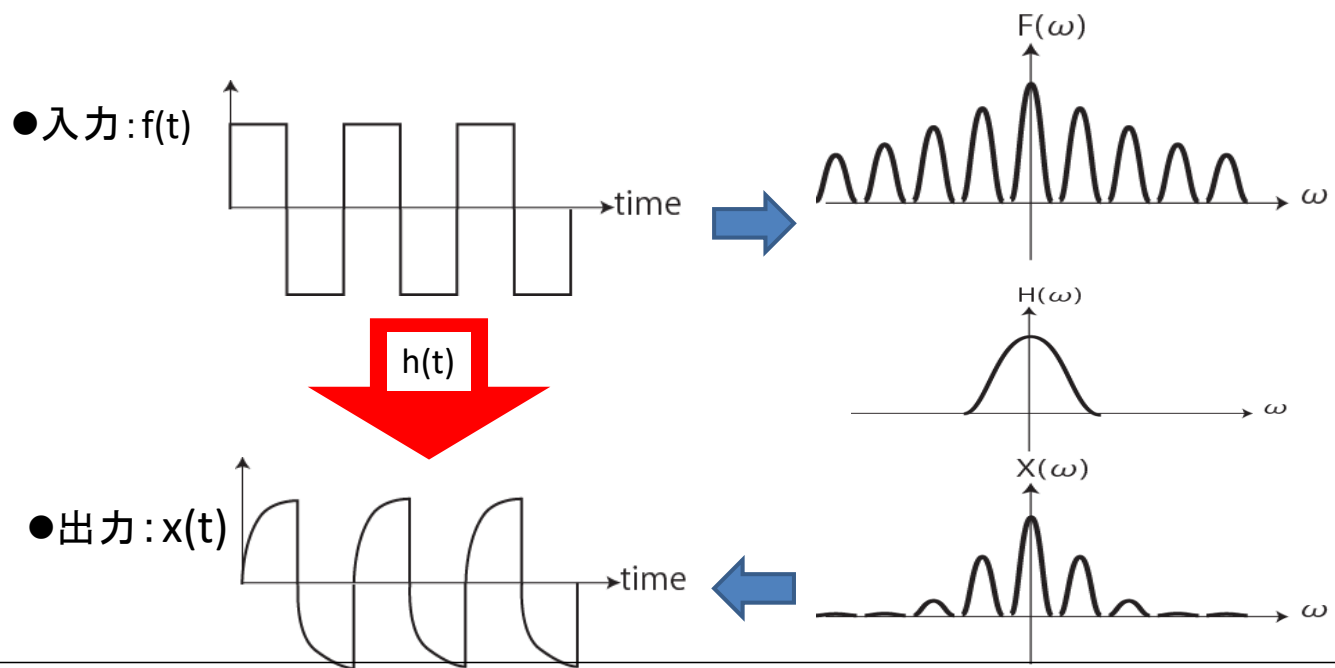
梶本裕之

日程

講義番号	講義日	講義内容	pdf	video	レポート締め切り
1	4/10	イントロダクション	[📄 pdf] 2022年版	video 🔗	4/17
		Scilab課題	[📄 pdf] (更新なし)		↑
		上記資料のPython版	[📄 pdf] (更新なし)		↑
2	4/17	フーリエ変換	[📄 pdf] 2022年版	video 🔗	4/24
3	4/24	フーリエ変換と線形システム	[📄 pdf] 2022年版	video 🔗	5/1
4	5/1	信号処理の基礎	[📄 pdf] 2022年版	video 🔗	5/8
5	5/8	信号処理の応用1(相関)	[📄 pdf] 2022年版	video 🔗	5/15
6	5/15	信号処理の応用2(画像処理)	[📄 pdf] 2022年版	video 🔗	5/22
-	5/22	中間確認テスト準備(自習)	[📄 pdf] 2022年版		
-	5/29	中間確認テストとその解説	[📄 pdf] 2022年版		
-	6/5	4ターム制試験日のため休み			
7	6/12	ラプラス変換	[📄 pdf] 2022年版	video 🔗	6/19
8	6/19	古典制御の基礎	[📄 pdf] 2022年版	video 🔗	6/26
9	6/26	行列	[📄 pdf] 2022年版	video 🔗	7/3
10	7/3	行列と最小二乗法	[📄 pdf] 2022年版	video 🔗	7/10
11	7/10	ロボティクス(出張によりオンライン・オンデマンド)	[📄 pdf] 2022年版	video 🔗	7/17
-	7/17	期末テスト準備(自習)	[📄 pdf] 2022年版		
-	7/24	期末確認テストとその解説(現在は大学を予定)			

日程およびテストを大学で行うかについては、随時アナウンスします。
Google Classroomでもアナウンスの予定。

(復習) 周波数領域ではなく、 時間領域のまま議論できないか？



$X(\omega) = H(\omega) \times F(\omega)$: 周波数領域で美しいのは分った.
時間的な現象として何が起きているのか分からない.

(復習) 式で考えよう

$$X(\omega) = H(\omega) \times F(\omega)$$

フーリエ変換

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \exp(-j\omega t) dt$$

逆フーリエ変換

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \exp(j\omega t) d\omega$$

両辺を逆フーリエ変換すれば時間領域の信号に戻る.

$$\begin{aligned} x(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) F(\omega) \exp(j\omega t) d\omega \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) \left(\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) \exp(-j\omega \tau) d\tau \right) \exp(j\omega t) d\omega \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) \left(\int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) \exp(j\omega(t - \tau)) d\omega \right) d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) h(t - \tau) d\tau \end{aligned}$$

逆順の計算もしておく（ふつうはこちら）

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

フーリエ変換

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\exp(-j\omega t)dt$$

逆フーリエ変換

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)\exp(j\omega t)d\omega$$

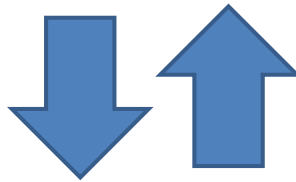
両辺をフーリエ変換.

$$\begin{aligned} X(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-j\omega t)dt \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)h(t-\tau)d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-j\omega(\tau + (t-\tau)))dt \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)h(t-\tau)d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-j\omega\tau) \cdot \exp(-j\omega(t-\tau))dt \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)h(t-\tau)d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)\exp(-j\omega\tau)d\tau \int_{-\infty}^{\infty} h(t-\tau)\exp(-j\omega(t-\tau))dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)\exp(-j\omega\tau)d\tau \int_{-\infty}^{\infty} h(t')\exp(-j\omega t')dt' \\ &= F(\omega)H(\omega) \end{aligned}$$

(復習) コンボリューション定理

$$X(\omega) = F(\omega)H(\omega) = H(\omega)F(\omega)$$

フーリエ逆変換



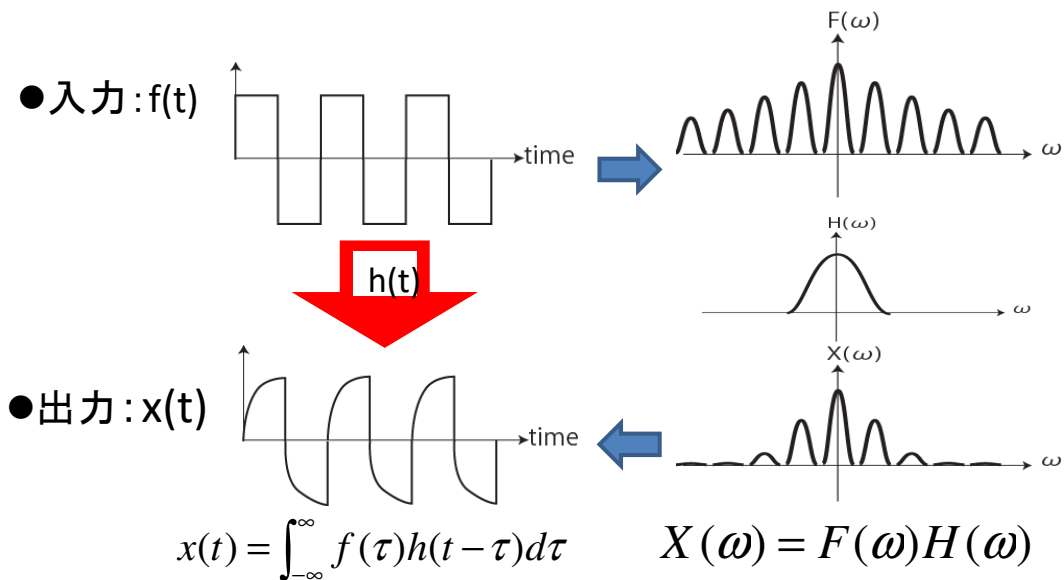
フーリエ変換

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)h(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)f(t-\tau)d\tau$$

簡略化のため次のようにも表記される

$$x(t) = f(t) * h(t) = h(t) * f(t)$$

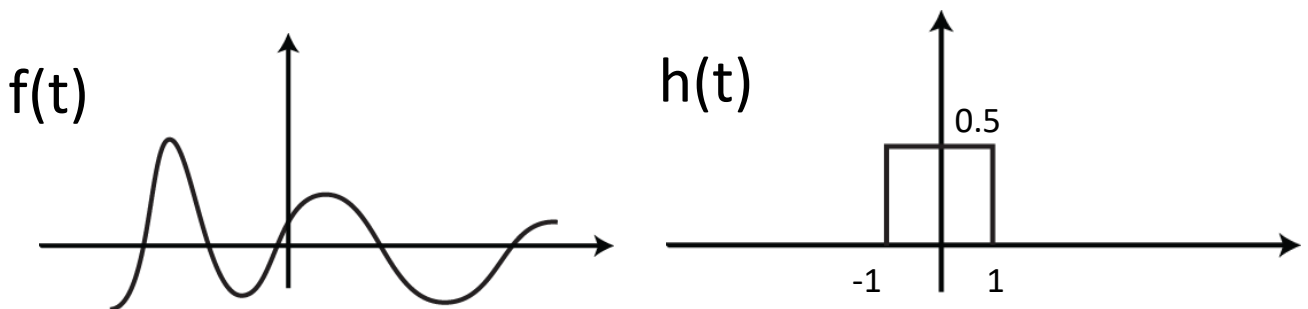
(復習) コンボリューション定理の意味 (1)



- $h(t)$ のフーリエ変換が $H(\omega)$ であるとする。
- 周波数領域でフィルタ $H(\omega)$ をかけることは、時間領域では、入力信号 $x(t)$ に対する関数 $h(t)$ の畳み込み積分(コンボリューション)として表現される。

(復習) コンボリューション定理の意味 (2)

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)f(t-\tau)d\tau$$



例えば, $h(t)=0.5$ ($-1 < t < 1$)なら,

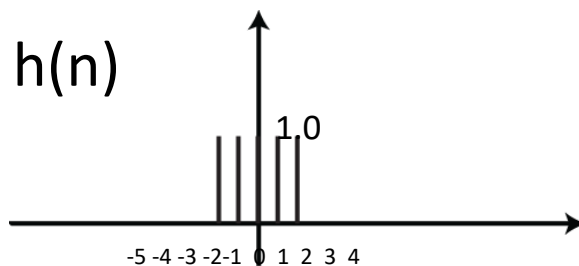
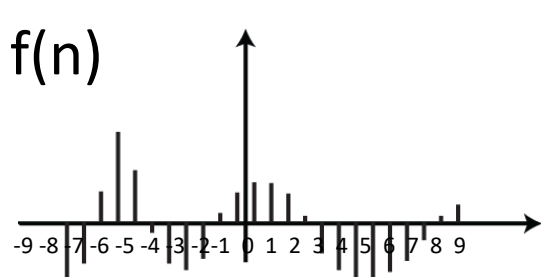
$$x(t) = \int_{-1}^1 0.5 f(t-\tau)d\tau$$

これは, $f(t)$ を平均化していくフィルタ

(復習) 離散化による理解

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) f(t - \tau) d\tau \quad \longrightarrow \quad x(n) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} h(i) f(n - i)$$

$$x(n) = \dots + h(-4)f(n+4) + h(-3)f(n+3) + \dots + h(3)f(n-3) + h(4)f(n-4) + \dots$$



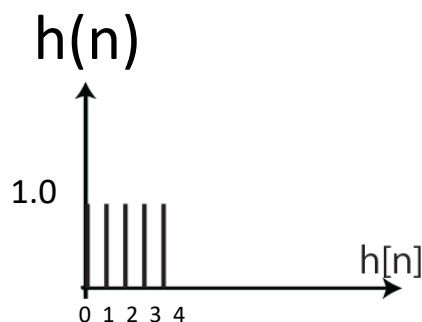
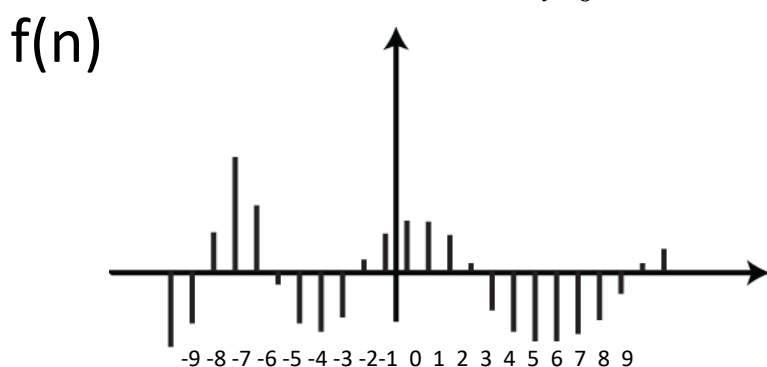
h(n)が、n=-2~2の間だけ1の場合、

$$x(n) = f(n+2) + f(n+1) + f(n) + f(n-1) + f(n-2)$$

- この場合、出力xは、入力fの「平均化」になっている。
- つまりこの場合、hは平滑化フィルタである。

(復習) FIRフィルタ

$$x(n) = \sum_{i=0}^{\infty} h(i) f(n - i)$$



i=0から始める: 未来のデータが使えないことを意味する。
この例は、元データf(n)を、4個平均して出力する。

- 未来のデータが使えない例: リアルタイム制御
- 先のデータが使える例: 画像処理

(復習) 平滑化フィルタの実例

メモリを20個持ったFIRフィルタによって平滑化

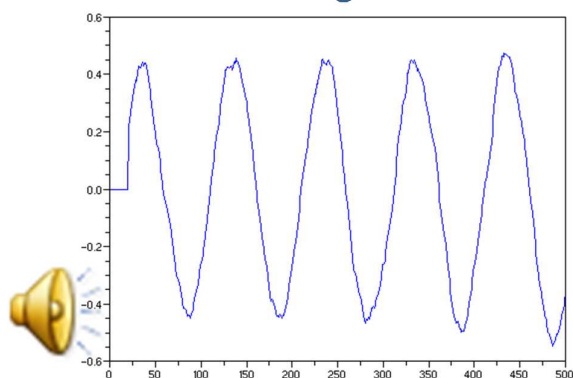
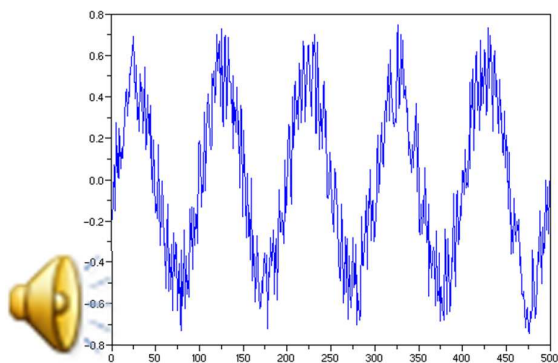
Scilabコード例

```
time = [0:0.01:100];
//振幅0.5の正弦波に最大振幅0.5のノイズが混入した信号
wave=0.5*sin(time*2*%pi) + 0.5*(rand(time)-0.5);

out=zeros(wave);

//20個を平均する.
for n=20:length(wave),
    for i=0:19,
        out(n)=out(n)+wave(n-i)/20;
    end
end

playsnd(out);
savewave('wave.wav',out);
plot(out(1:500));
```



(復習) エコー

エコー=時間遅れ信号の重畳.
これはFIRフィルタで実装できる.

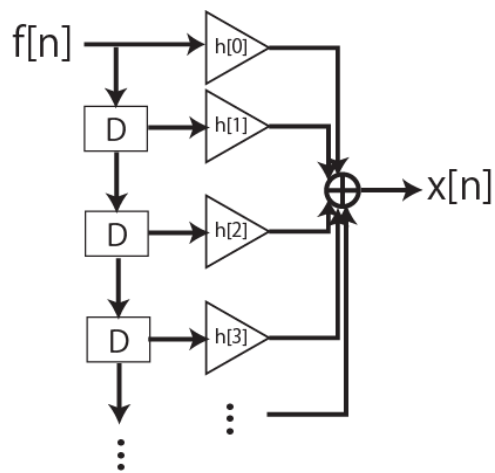
Scilabコード例

```
wave = loadwave('aiueo.wav');

out=zeros(wave);

//エコー(1000ステップ前の信号を重畳)
for n=1000:length(wave),
    out(n)=wave(n)+0.9*wave(n-999);
end

playsnd(out,11000); //11kHzサンプリングで再生
savewave('wave.wav',out,[11000]);
```



原音



1000ステップ前の
信号を重畳



1000ステップ前+
2000ステップ前の
信号を重畳

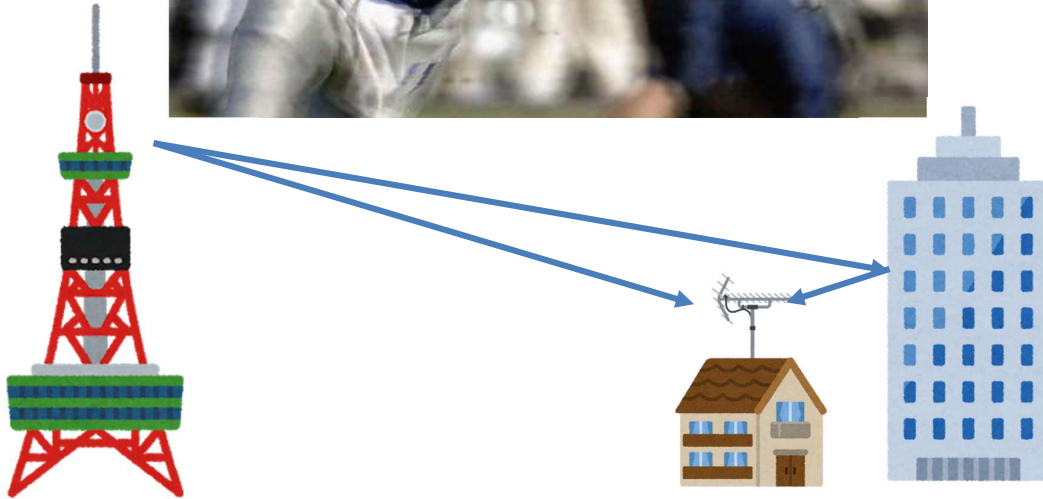


沢山重畳

エコーは害（ゴースト障害／ゴースト現象）



<https://ja.wikipedia.org/wiki/ゴースト障害>



相互相関関数
自己相関関数

エコーキャンセル (ゴーストリダクション)

FIRフィルタによってエコーの影響を低減することができる。

考え方:

(1) エコー成分のモデルを推定

$$\text{out}(n) = \text{wave}(n) + 0.5 * \text{wave}(n-100);$$

「100ステップ前の信号が0.5のゲインで重畳されている!」

(2) そのモデルに基づき, エコー成分と逆のゲインをかける

$$\text{out}(n) - 0.5 * \text{out}(n-100)$$

$$= \text{wave}(n) + 0.5 * \text{wave}(n-100) - 0.5 * (\text{wave}(n-100) + 0.5 * \text{wave}(n-200))$$

$$= \text{wave}(n) + 0.25 * \text{wave}(n-200)$$

⇒エコーが半分に低減!

(3) 当然もっと工夫すれば. . . (もっとメモリがあれば)

$$\text{out}(n) - 0.5 * \text{out}(n-100) - 0.25 * \text{out}(n-200)$$

$$= \dots = \text{wave}(n) + 0.125 * \text{wave}(n-300)$$

⇒無限にメモリがあれば完璧に消せる。

エコーキャンセルの課題

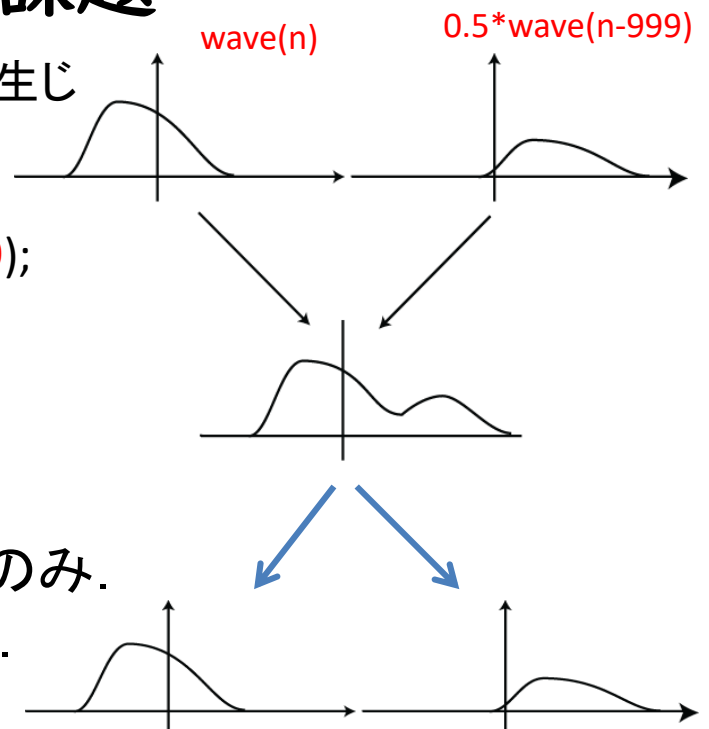
エコー成分が, どれだけ時間遅れを生じてやってくるかの**モデルを推定**

$$\text{out}(n) = \text{wave}(n) + 0.5 * \text{wave}(n-999);$$

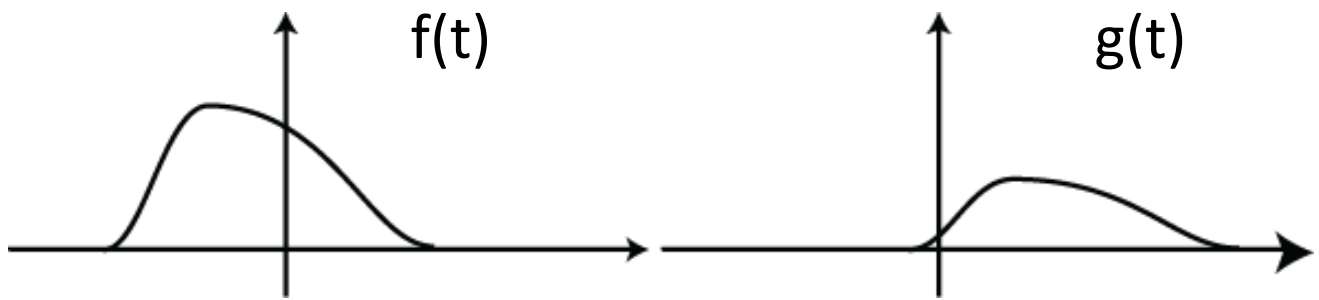
<問題>

観測できるのは,
エコーの「結果」としての $\text{out}(n)$ のみ.
元の信号はわかっていない.

この信号からどのように,
モデルを推定するのか?



より簡単な問題から考えよう



二つの信号が,

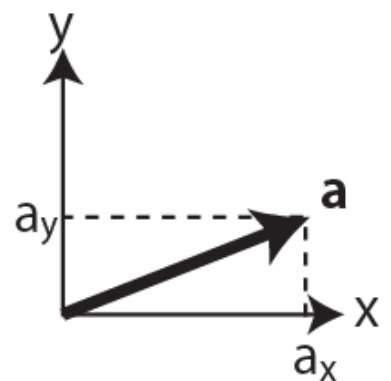
- 時間的にどれだけずれているのか
 - 時間のずれを無視したらどれだけ似ているのか
- を測定したい.

(復習)ベクトル空間と内積

ベクトル $\mathbf{a}=[a_x, a_y]$ のx成分は? a_x

これはベクトル \mathbf{a} とベクトル $\mathbf{x}=[1,0]$ との**内積**である.

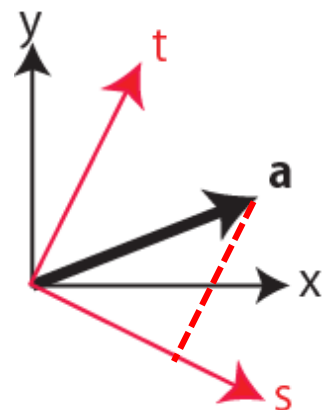
$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{x} = [a_x, a_y] \cdot [1, 0] = a_x$$



回転した座標軸, s, t を考える.
ベクトル $\mathbf{a}=[a_x, a_y]$ の, s 成分は?

これはベクトル \mathbf{a} とベクトル $\mathbf{s}=[s_x, s_y]$ との**内積**である.

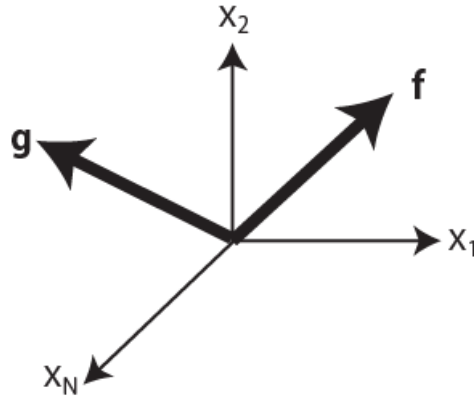
$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{s} = [a_x, a_y] \cdot [s_x, s_y]$$



内積は、あるベクトルが別のベクトルの成分をどれだけ持つかを表す

(復習) N次元空間では

N次元空間で、二つのベクトル
 $f=[f_1, f_2, \dots, f_N], g=[g_1, g_2, \dots, g_N]$ を考える.



内積 $f \cdot g$ は、ベクトル f の、 g 軸成分(または逆)を表す.

$$= [f_1 \quad f_2 \quad \dots \quad f_N] \bullet [g_1 \quad g_2 \quad \dots \quad g_N]$$

$$= \sum_{i=1}^N f_i g_i$$

(復習) 波形 f に波形 g はどれだけ含まれるか

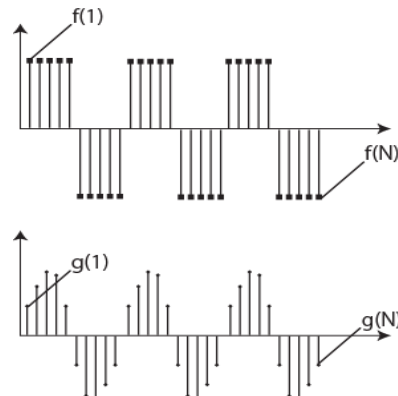
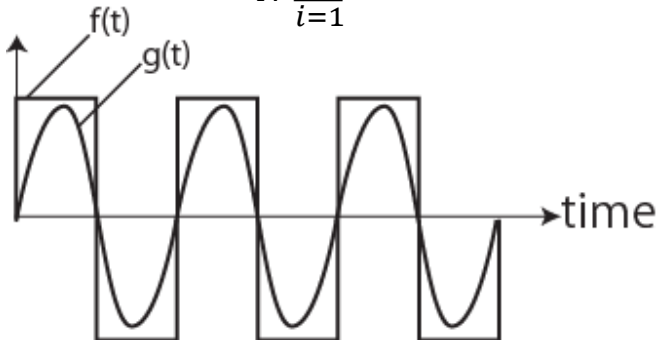
波形 f 中の、波形 g の成分

$$= \frac{1}{T} \int_0^T \overline{f(t)} g(t) dt$$

(連続関数) 複素数の場合も考えて共役をとる

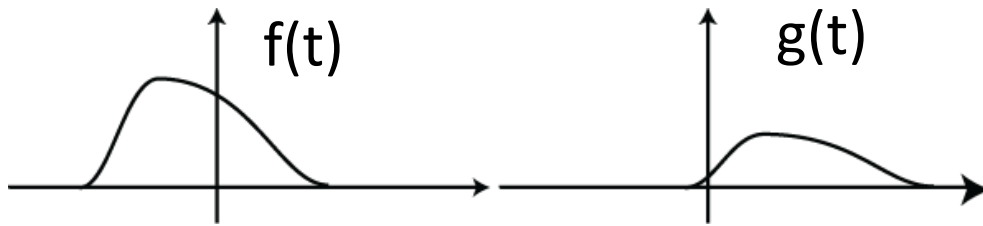
$$= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \overline{f(i)} g(i)$$

(離散化して考えた場合)



これは二つの波をベクトルと考えた時の内積に他ならない
※内積を連続関数に対して定義

相互相関



<問題>

二つの信号が,

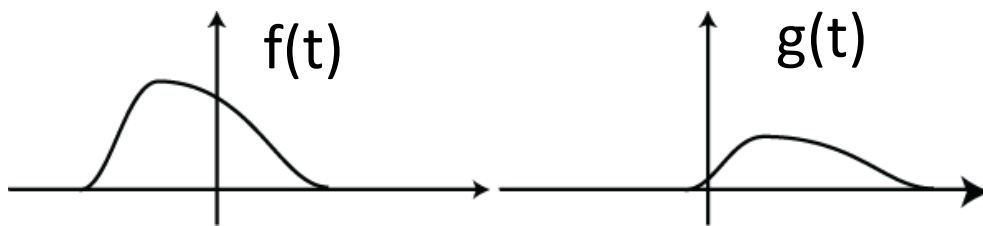
- 時間的にどれだけずれているのか
- 時間のずれを無視したらどれだけ似ているのかを測定したい.

内積を思い出せば,

次の手順で測定すればよいことがわかる

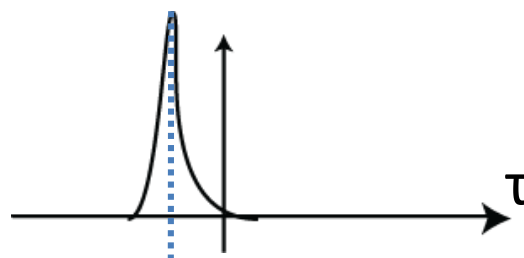
- $g(t)$ を τ だけずらしてみる \Rightarrow
- $f(t)$ との内積を取ってみる \Rightarrow
- τ を変化させていく.

相互相関



$R_{fg}(\tau)$: 二つの関数 $f(t)$, $g(t)$ の, 相互相関関数

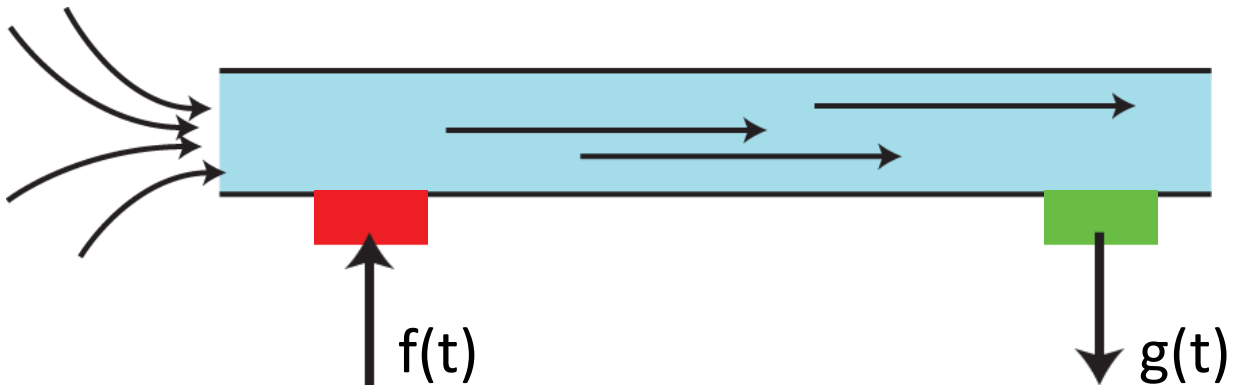
$$R_{fg}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{f(t)} g(t + \tau) dt$$



$R_{fg}(\tau)$ が最大の値をとる τ = 元の関数 $f(t)$ と $g(t)$ のズレ
(ただし直流成分を取り除いた後)

相互相関の応用：速度計測

管内の流速を正確に測定したい
ただし、管の中に接触してはいけない(液漏れ厳禁)

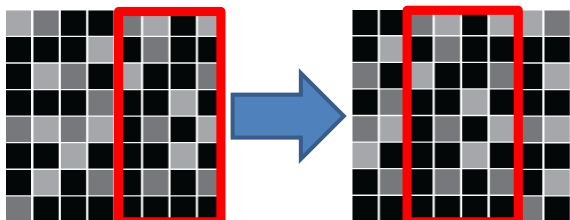


上流に熱源を置き, $f(t)$ でランダムに変動させる.
下流で温度を測定する. $g(t)$

$f(t)$ と $g(t)$ の相互相関関数が最大となる時間差 τ が,
水流によって熱が移動するのに要する時間である.

相互相関の応用：速度計測

www.HomoFaciens.de
presents:
**"Motion detection with
a computer mouse"**



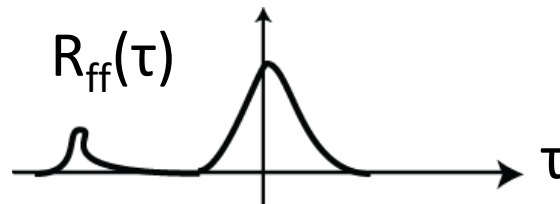
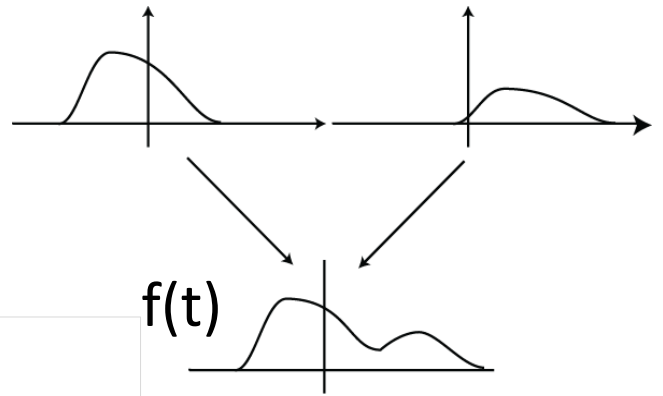
<https://www.youtube.com/watch?v=SXQfT7c-9rU>

光学式マウス = 数十pixel角のCMOSカメラ。
二つの画像 (= 2次元関数) 同士の相互相関
関を取ることで移動量を計測。

自己相関

二つの関数 $f(t)$, $g(t)$ の代わりに、
ひとつの関数 $f(t)$ の相関を取る。

$$R_{ff}(\tau) =$$

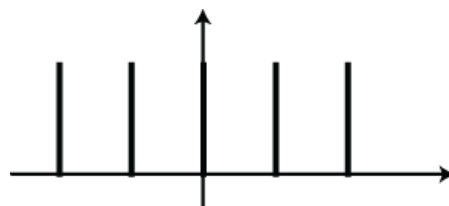


自己相関関数は、
「どれだけずれたら自分自身に近い形になるか」
を表す。
すなわち、**エコー**を発見していることに他ならない。

周期関数の自己相関

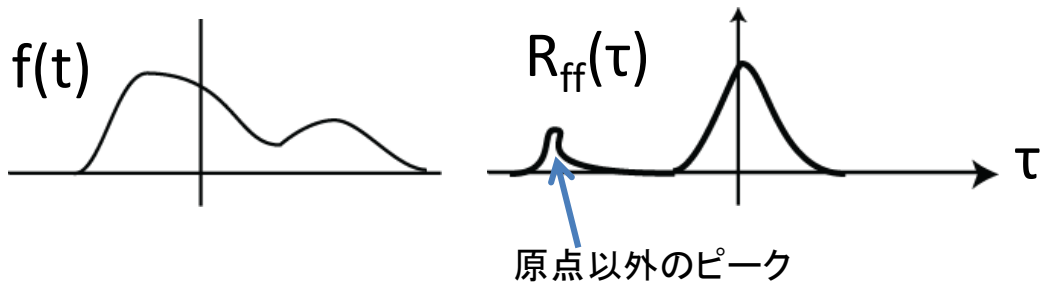


$$R_{ff}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{f(t)} f(t + \tau) dt$$



周期関数の自己相関関数は沢山のピークが出る

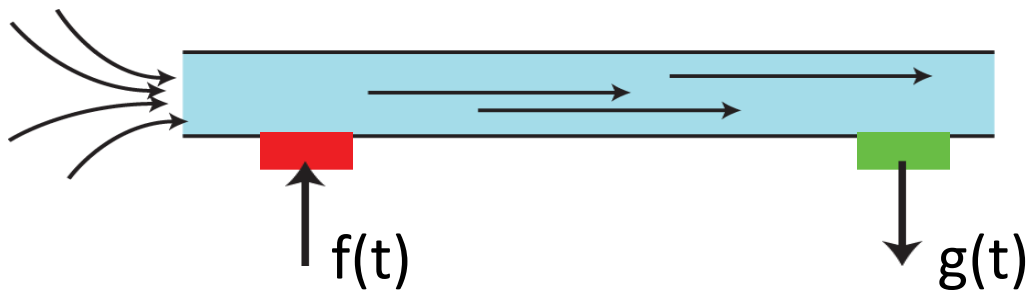
自己相関まとめ



$R_{ff}(\tau)$: 自分自身を τ ずらしたら、自分自身にどれだけ似ているか

- 当然, $\tau=0$ で最大値を取る.
- $\tau \neq 0$ で大きな値をとった場合, その信号には τ の時間遅れ(エコー)成分が含まれている.
- 信号に潜む周期性を発見することもできる

白色雑音 (ホワイトノイズ) と自己相関

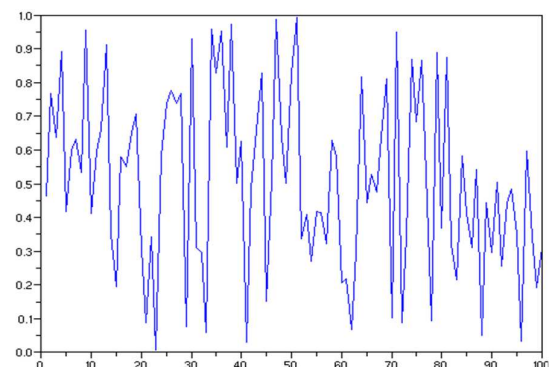


元の信号 $f(t)$ に「周期性」があったら, $f(t)$ と $g(t)$ の相互相関は沢山の「ニセのピーク」が出てしまう.

元の入力 $f(t)$ はなるべく「でたらめ」であることが望ましい⇒白色雑音

<白色雑音の定義>

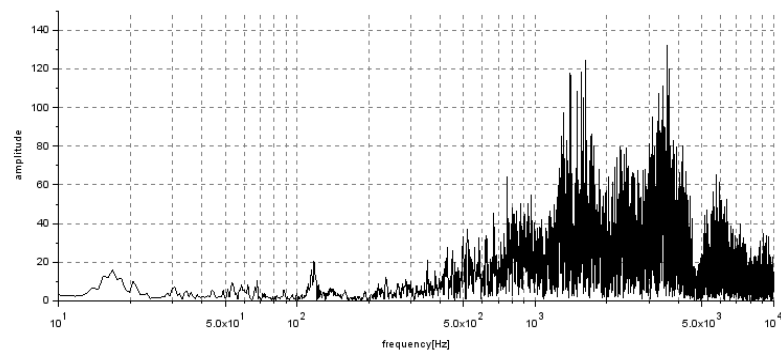
1. あらゆる周波数成分が均等に含まれる.
2. 自己相関関数が $\tau=0$ 以外では全て0
(=エコー成分, 周期性を全く持たない)



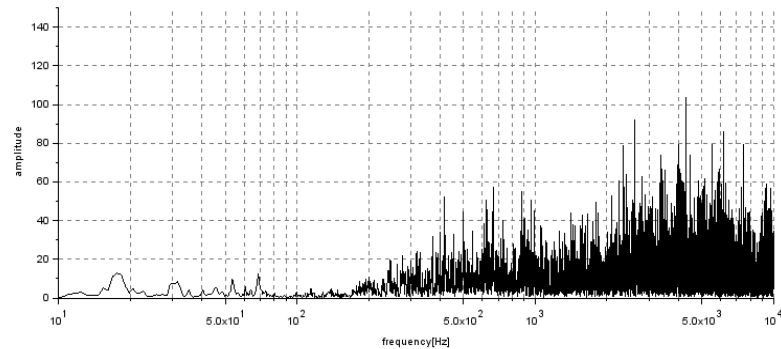
インパルス応答とホワイトノイズ (屋内)



インパルス(拍手)



ホワイトノイズ



似ている？

自己相関とパワースペクトル

自己相関関数をフーリエ変換する $R_{ff}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{f(t)} f(t + \tau) dt$

$$\int_{-\infty}^{\infty} R_{ff}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \overline{f(t)} f(t + \tau) dt \right] e^{-j\omega\tau} d\tau$$

=

=

=

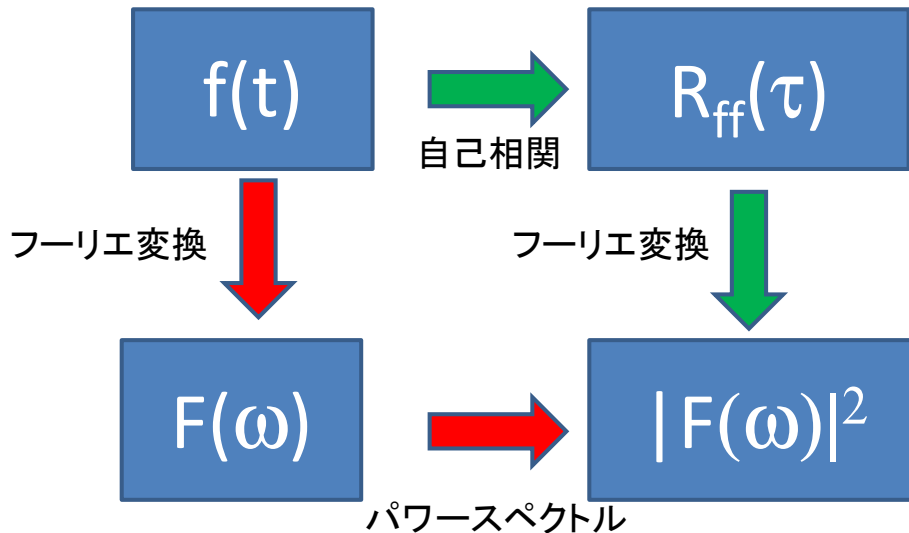
=

=

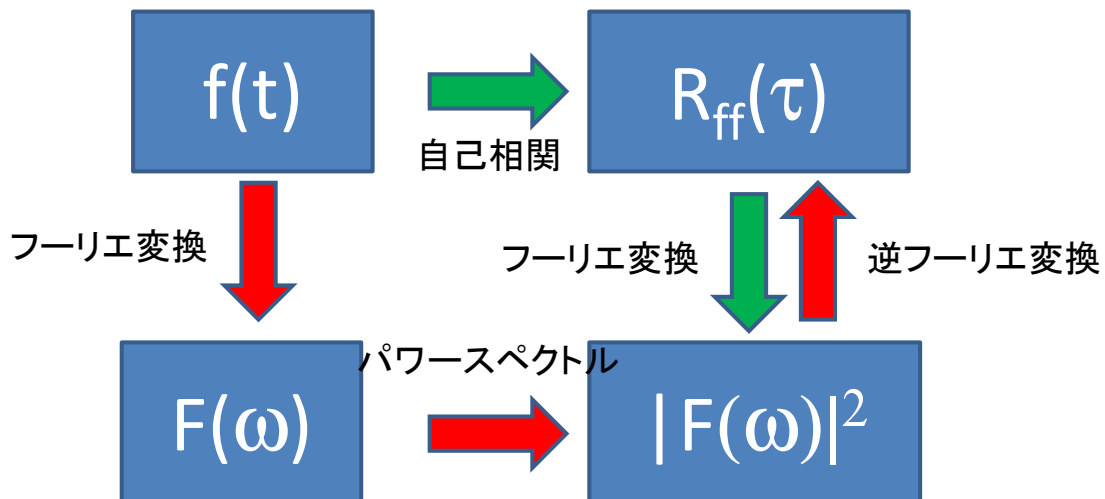
自己相関とパワースペクトル

$$\int_{-\infty}^{\infty} R_{ff}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau = \|F(\omega)\|^2$$

ウィナー・ヒンチンの定理



自己相関とパワースペクトル



自己相関は
フーリエ変換⇒パワースペクトル⇒逆フーリエ変換
によって間接的に計算できる

- 自己相関を直接計算した時の計算量: $O(n^4)$
 - フーリエ変換(FFT)を使った時の計算量: $O(n \log(n))$
- この方が計算が早いため多用される。

レポート課題 I : 自己相関

(1) 適当なwaveファイルに対してエコーを掛けてカラオケのようになる。(前回のレポート)

(2) その結果に対して定義通りの方法で自己相関関数を計算し、確かにエコー分の遅れのところでピークが出ることを確認する(エコーの検出).

(3) ウィナー・ヒンチンの定理を用い、パワースペクトルの逆フーリエ変換によって同じ結果が出ることを確認する

(2)(3)のScilab (or python)ソースファイルの添付. waveファイルは添付不要。(2)(3)の処理にかかった時間についてコメント

レポート課題 : ヒント

(1) 適当なwaveファイルに対してエコーを掛けてカラオケのようになる。(前回のレポート)

```
[wave,f] = loadwave('aiueo.wav');  
//1000ステップごとのエコーを10回重ねる例  
out=[zeros(wave),zeros(1,10000)];  
for i=0:9,  
    out=out+[zeros(1,1000*i), wave, [zeros(1,10000-1000*i)]];  
end  
//plot(wave);  
savewave('foo.wav',out,f(3));
```

レポート課題：ヒント

(2) その結果に対して定義通りの方法で自己相関関数を計算し、確かにエコー分の遅れのところでピークが出ることを確認する(エコーの検出).

```
time=length(out);  
auto_correlation=zeros(1,time);
```

```
for tau=1:time,  
    auto_correlation(tau) =   
end
```

```
plot(auto_correlation);
```

自己相関の定義式から、 $[\text{zeros}(1,\text{tau}), \text{out}]$ と $[\text{out}, \text{zeros}(1,\text{tau})]$ の内積を取れば良い。(ベクトルの内積はどう書き表せるか?)

レポート課題：ヒント

(3) ウィナー・ヒンチンの定理を用い、パワースペクトルの逆フーリエ変換によって同じ結果が出ることを確認する

```
//フーリエ変換
```

```
fourier =   
 //過去のレポート課題を参照
```

```
//パワースペクトル
```

```
power_spec =   
 //過去のレポート課題を参照
```

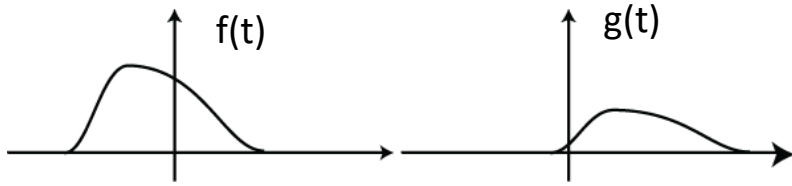
```
//自己相関
```

```
auto_correlation =   
 //逆フーリエ変換
```

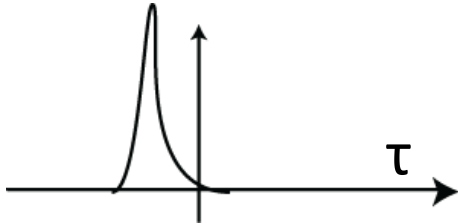
```
plot(auto_correlation);
```

※(参考)(2)(3)の結果の微妙な違いは、(3)が信号の無限繰り返しを仮定しているために生じる。逆に(2)もそう仮定すれば(3)と全く同じ結果が得られる

(発展トピック) 相互相関と検波



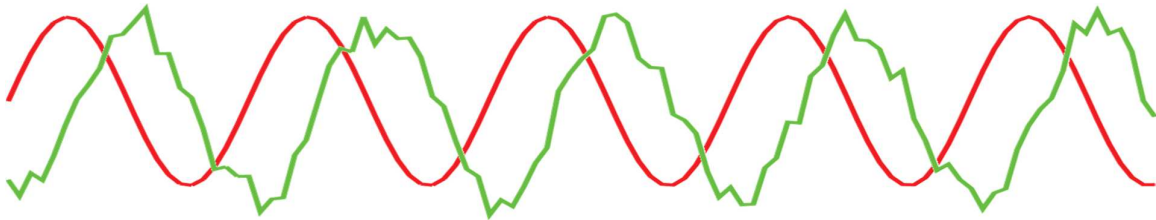
$$R_{fg}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{f(t)} g(t + \tau) dt$$



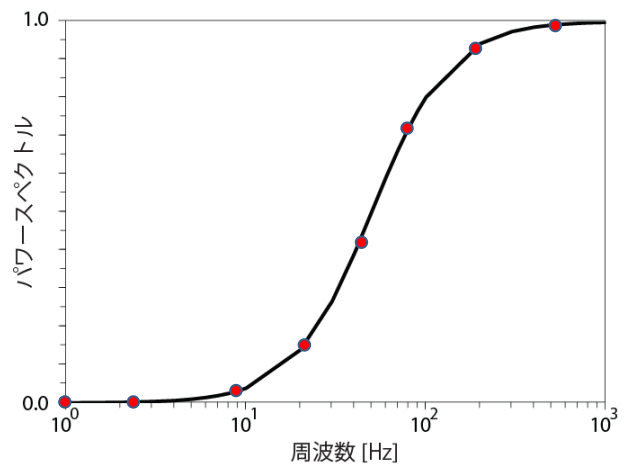
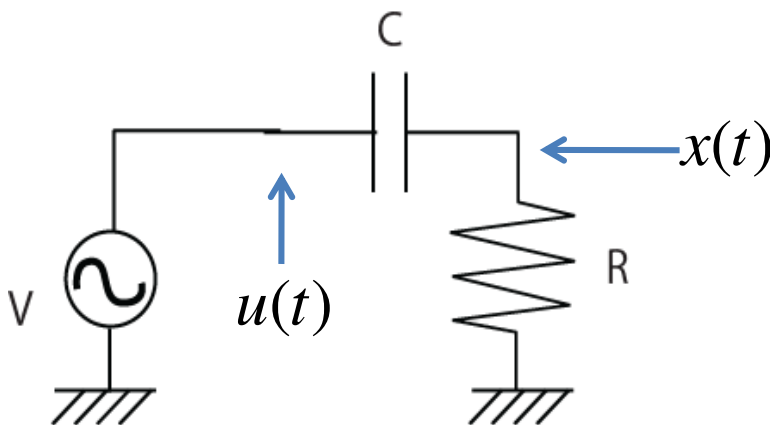
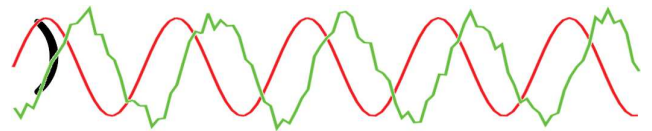
$R_{fg}(\tau)$ が最大の値をとる τ
 =元の関数 $f(t)$ と $g(t)$ のズレ
 (ただし直流成分を取り除いた後)

実用上重要なケースの一つ:

- $f(t)$ が正弦波(入力)で,
- $g(t)$ がノイズが入って位相が遅れた正弦波(出力)



正弦波入出力の例 (I)



フィルタ回路: 入力 $u(t)$, 出力 $x(t)$

電子回路, アンテナ, ロボットアーム, etc

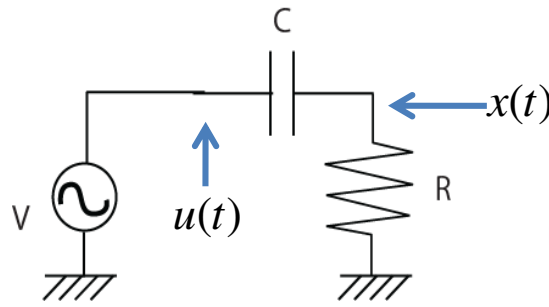
フィルタ特性を実測で求める場合

● $u(t)=\sin(\omega t)$ を**入力**し,

●**出力**を観察する.

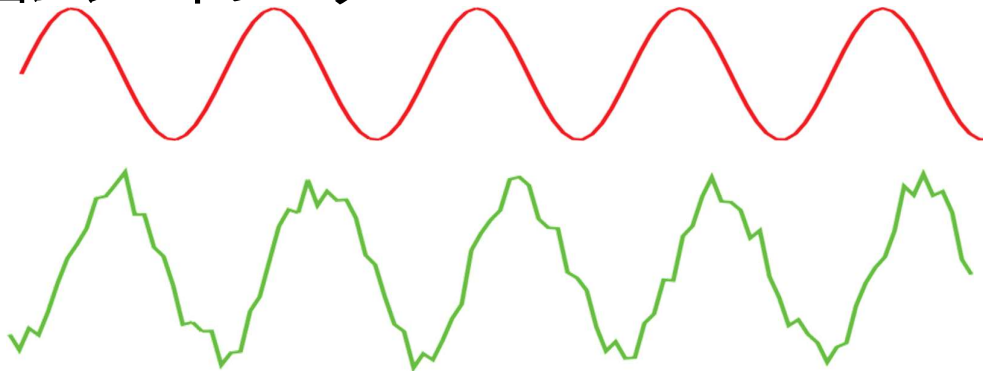
ω を変化させることでフィルタ特性を得る.

正弦波入出力の例（1）

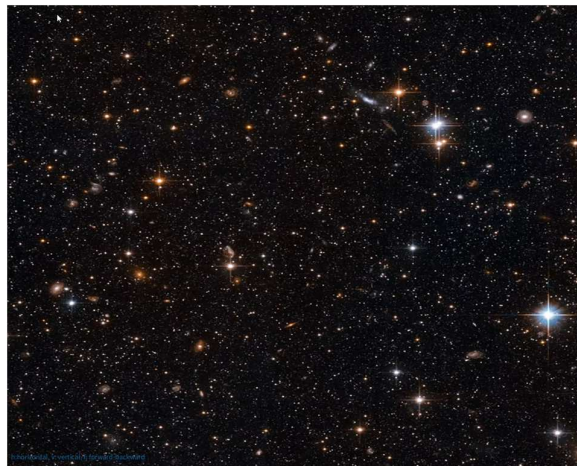


ファンクションジェネレータ

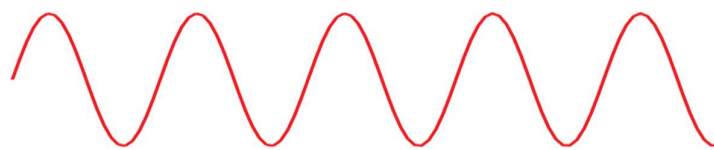
オシロスコープ



正弦波入出力の例（2）



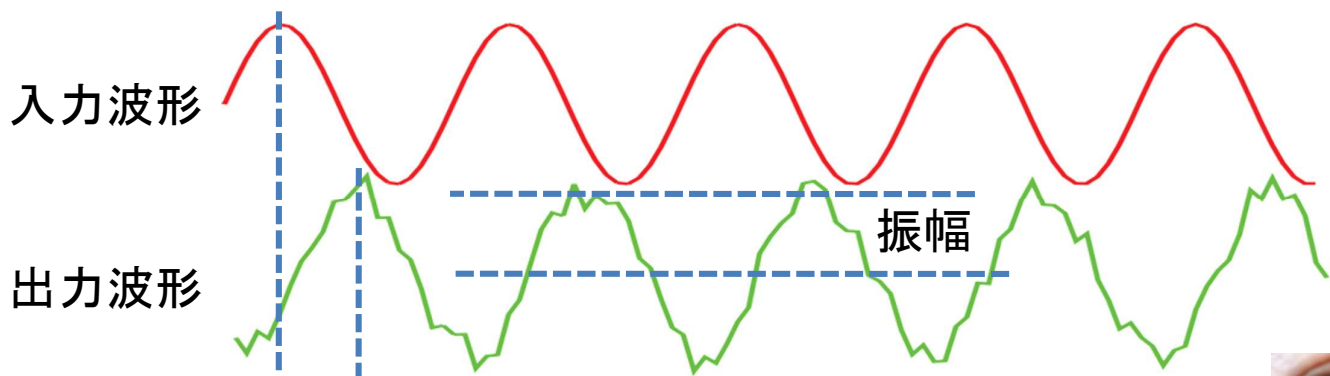
オプティカルフローの速度



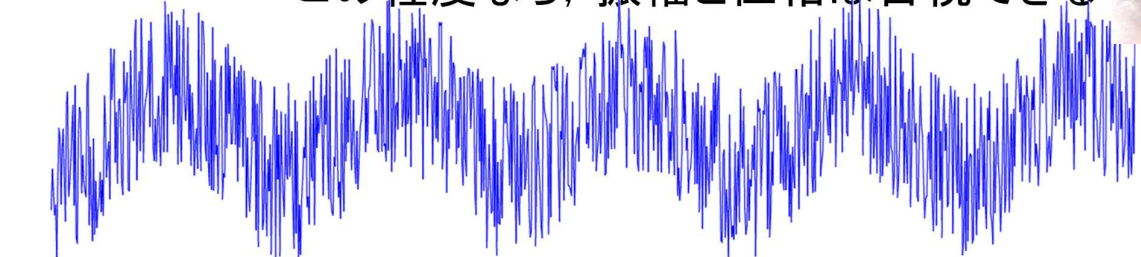
重心動揺



入力と出力の位相差，振幅比を求める

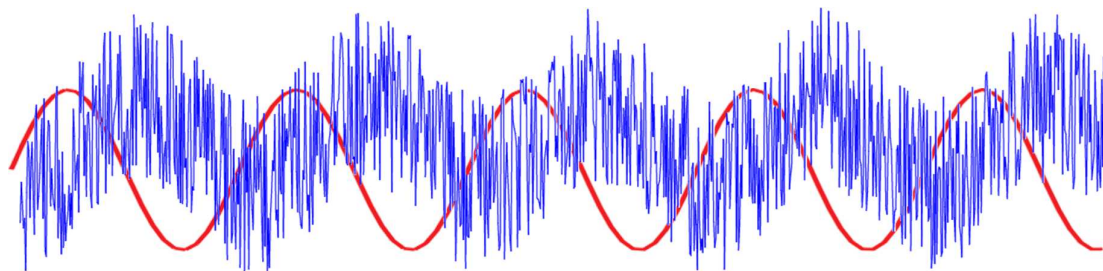


位相遅れ この程度なら，振幅と位相は目視できる



でもたいていこういう残念な感じ. ノイズがひどい
⇒振幅と位相を，どうやって求めたら良い？
方法1: バンドパスフィルタを使う
方法2: 相関関数を考える

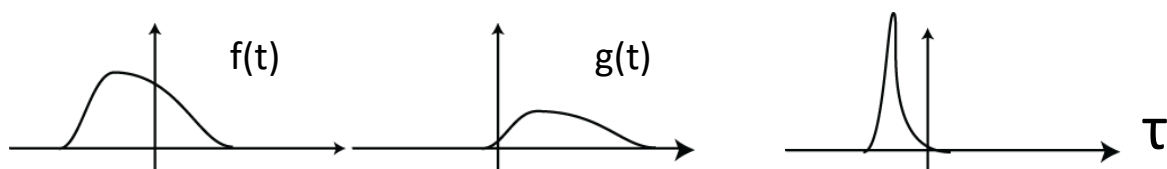
正弦波による相互相関



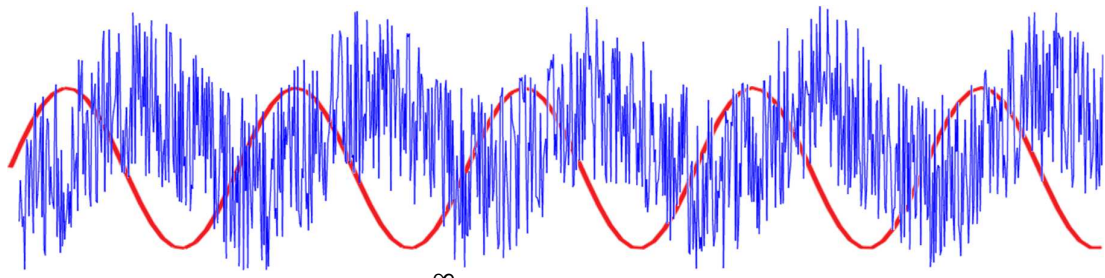
- 出力信号 $f(t)$: ノイズだらけの正弦波. 位相不明. 周波数は既知.
- 入力信号 $g(t)$: 周波数固定の正弦波

$g(t)$ を動かしていき，ピッタリと重なるところを見つければ良い
⇒相互相関の計算にほかならない.

$$R_{fg}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{f(t)} g(t + \tau) dt$$



正弦波による相互相関



$$R_{fg}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{f(t)} g(t + \tau) dt$$

正弦波g(t)を動かす

$$R_{fg}(\tau) =$$

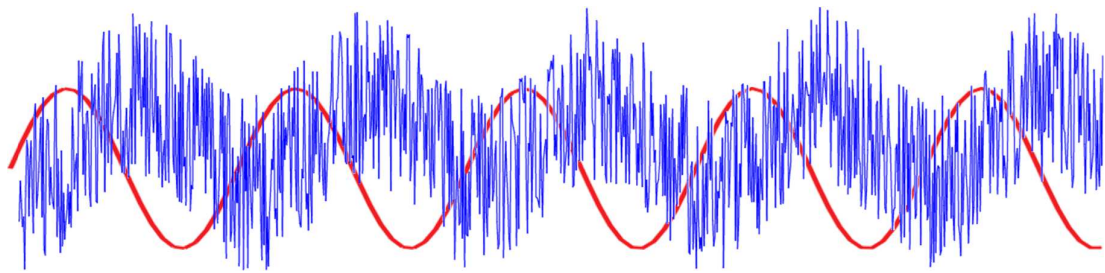
$$=$$

$$=$$

$$=$$

つまり正弦波の場合、積分の計算は2回やるだけでよい！！

直交検波



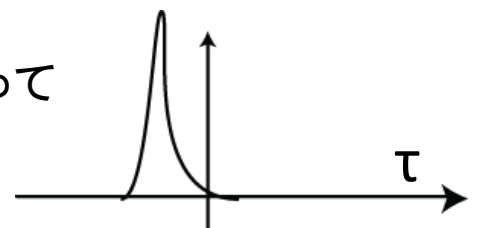
$$R_{fg}(\tau) = \cos(\omega\tau) \frac{1}{T} \int_0^T f(t) \sin(\omega t) dt + \sin(\omega\tau) \frac{1}{T} \int_0^T f(t) \cos(\omega t) dt$$

積分結果をS,Cと書いて

$$R_{fg}(\tau) = S \cos(\omega\tau) + C \sin(\omega\tau)$$

これが最大の値をとる場所τは、微分をとって

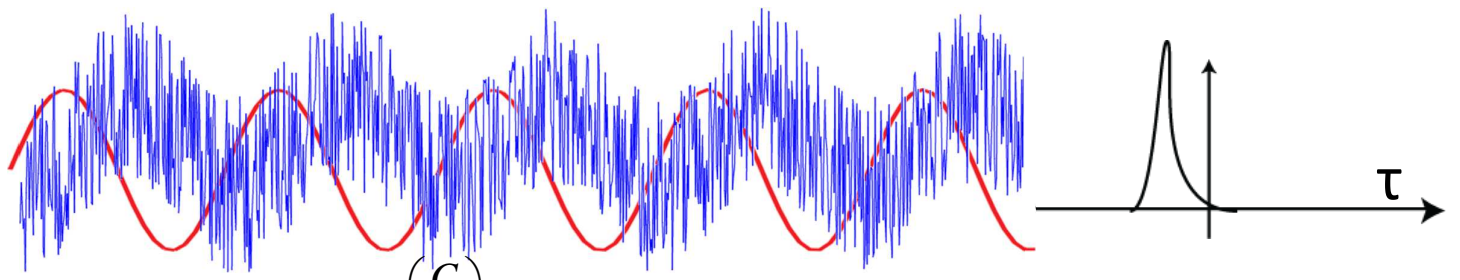
$$\frac{dR_{fg}(\tau)}{d\tau} = \boxed{} = 0$$



∴

⇒位相遅れτが求まった

直交検波



$$\therefore \arctan\left(\frac{C}{S}\right) = \omega\tau \Rightarrow \text{位相遅れ}\tau\text{が求まった}$$

このときの相関値は,

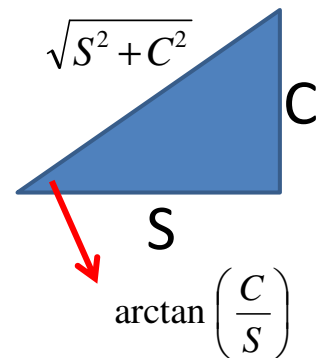
$$R_{fg}(\tau) = S \cos(\omega\tau) + C \sin(\omega\tau)$$

$$= S \cos(\quad) + C \sin(\quad)$$

$$= S \quad + C \quad$$

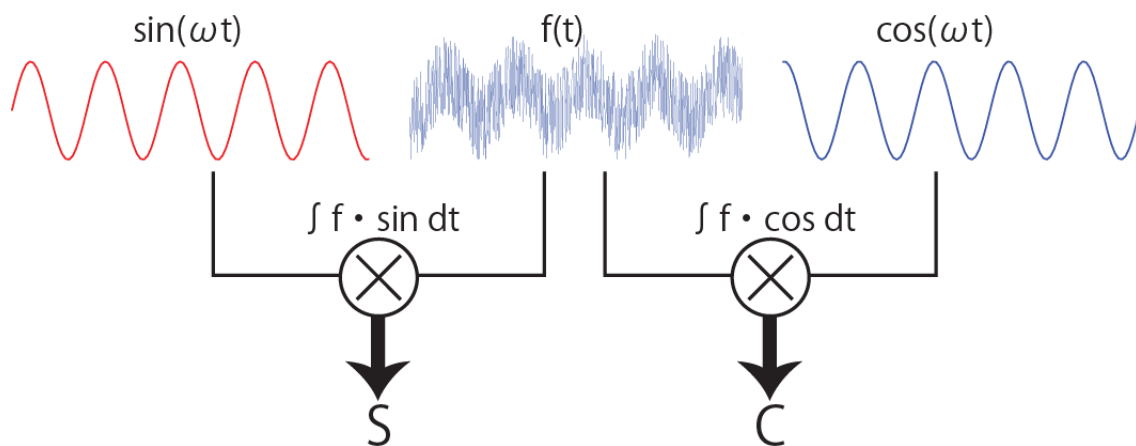
$$= \quad$$

$$= \quad \Rightarrow \text{振幅に相当する量}$$



直交検波まとめ

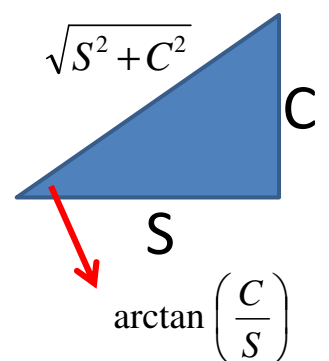
周波数 ω がわかっているノイズだらけの信号 $f(t)$ があったとき、振幅と位相は次のように計算できる。



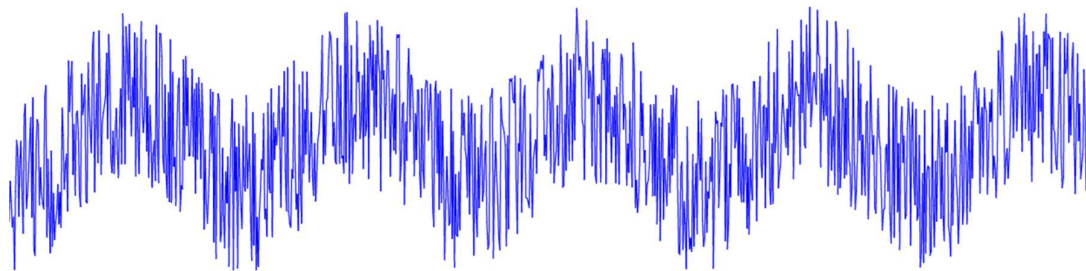
(1) $\sin(\omega t)$ と $\cos(\omega t)$ との内積をとり、 s 、 c とおく。

(2) 位相遅れは $\arctan(C/S)$ となる。

(3) 振幅は $\sqrt{S^2+C^2}$ に比例する。



直交検波：もっと数式で理解する



問題を定式化

信号 $f(t)$ が,

$f(t) =$

と仮定できるとする. 周波数 ω はわかっている.

計測データから, 振幅 A と, 位相ずれ ϕ を求めるには?

直交検波：さらに数式で理解する

信号に $\sin(\omega t)$ をかけ, 積分する(=内積をとる)
積分時間 T は充分長い.

$$S = \frac{1}{T} \int_0^T (A \sin(\omega t + \phi) + \text{noise}(t)) \sin(\omega t) dt$$

$$= \frac{1}{T} \cdot$$

$$= \frac{1}{T} \cdot$$

=

=

=

直交検波：さらに数式で理解する

信号に $\cos(\omega t)$ をかけ、積分する(=内積をとる)
積分時間 T は充分長い。

$$\begin{aligned} C &= \frac{1}{T} \int_0^T (A \sin(\omega t + \phi) + \text{noise}(t)) \cos(\omega t) dt \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T A \sin(\omega t + \phi) \cos(\omega t) dt + \int_0^T \text{noise}(t) \cos(\omega t) dt \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T A (\sin(\omega t) \cos(\phi) + \cos(\omega t) \sin(\phi)) \cos(\omega t) dt \\ &= A \cos(\phi) \frac{1}{T} \int_0^T \sin(\omega t) \cos(\omega t) dt + A \sin(\phi) \frac{1}{T} \int_0^T \cos^2(\omega t) dt \\ &= A \sin(\phi) \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1 + \cos(2\omega t)}{2} dt \end{aligned}$$

=

直交検波：さらに数式で理解する

$$S = \frac{A}{2} \cos(\phi) \quad C = \frac{A}{2} \sin(\phi)$$

この二つの結果から、

位相差

$$\frac{C}{S} =$$

$\phi =$

振幅

$$S^2 + C^2 = \frac{A^2}{4} (\cos^2(\phi) + \sin^2(\phi))$$

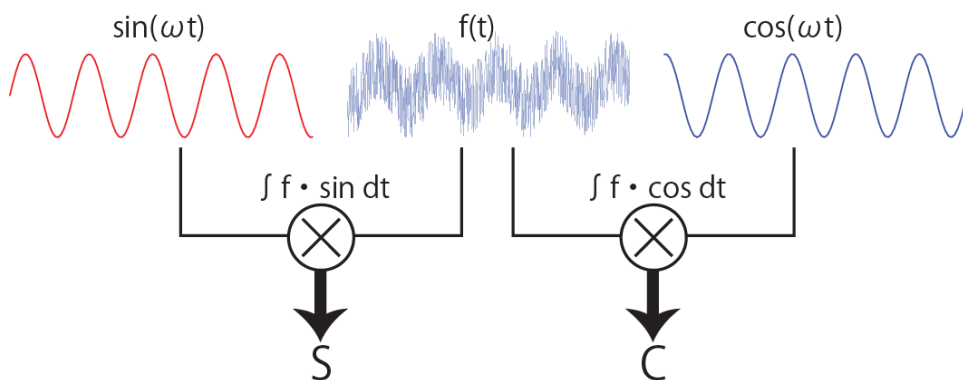
=

$A =$

位相差と振幅が求まった

(参考) AMラジオの同期検波

ラジオの信号は、典型的な
「周波数 ω がわかっているノイズだらけの信号 $f(t)$ 」



復調方式の一つ:「同期検波」

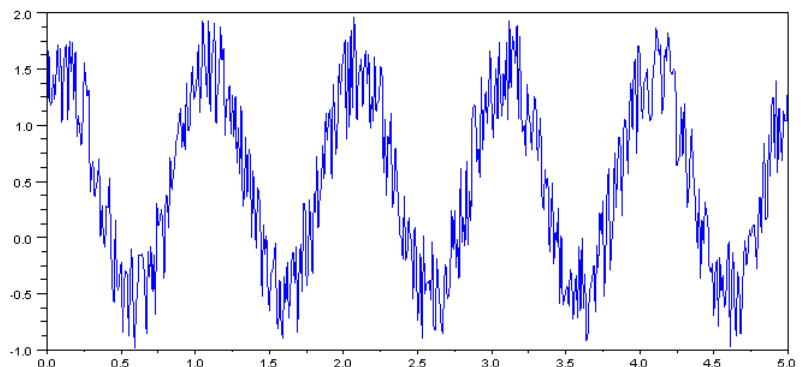
直交検波をリアルタイムに行い, **ノイズに隠れた真の信号**を得る.

今ではPC上で計算可能(ソフトウェア無線技術)

レポート課題2： ノイズ入り正弦波の位相を調べる

次のScilabソースで表されるノイズ入り正弦波の位相遅れを求め、妥当性をコメントせよ。

```
//ノイズ入り正弦波
t=[0:0.01:5]; //時刻
f=1.0; //周波数
amp=0.5; //振幅
phi=0.3*%pi; //位相遅れ
y=sin(2*%pi*f*t+phi) + rand(t);
plot(t,y);
```



```
S =  //yとsinの内積
C =  //yとcosの内積
ans_phi=atan(C,S) //検出された位相遅れ
```